

# Räuber Beute Modell

## 1. Versionsgeschichte: Version 0.1

## 2. Aufgabenstellung für das Modell

Das Paket `raeuber_beute_modelle` enthält 3 Modelle mit denen das Verhalten von Lotka-Volterra-Systemen simuliert werden kann.

### (a) Modellzweck

Das Räuber Beute Modell (Version 0.1) simuliert ein Lotka-Volterra-System mit einem Räuber und einer Beute bei unbegrenzter Weidefläche.

Das Räuber Beute Modell (Version 0.2) simuliert ein Lotka-Volterra-System mit einem Räuber und zwei Beuten bei unbegrenzter Weidefläche.

Das Räuber Beute Modell (Version 0.3) simuliert ein Lotka-Volterra-System mit einem Räuber und einer Beute bei begrenzter Weidefläche.

### (b) Annahmen, die allen Modellen zu Grunde liegen

Die Räuber ernähren sich ausschließlich von der Beute, das Schlagen von Beute wirkt sich unmittelbar auf den Räuberbestand aus.

Der Bestand an Beute wird ausschließlich durch Räuber dezimiert.

Der Bestand an Räubern wird ausschließlich durch mangelnde Beute dezimiert.

## 3. Systembeschreibung

### (a) Input – Output Variablen und Parameter

#### Modell Version 0.1

BEUTE\_POPULATION: Bestand der Räuber, gemessen in [RäuberBiomasse]

RAEUBER\_POPULATION: Bestand der Beute, gemessen in [BeuteBiomasse]

A : Räuber Gewinn, gemessen in  $[1/(\text{BeuteBiomasse} * \text{Zeiteinheit})]$ . Der Räuber Gewinn entspricht der Wachstumsrate der Räuberpopulation.

B : Sterberate der Beute, gemessen in  $[1/\text{Zeiteinheit}]$ . Die Sterberate dezimiert die Räuberpopulation.

C : Wachstumsrate der Beute Population, gemessen in  $[1/\text{Zeiteinheit}]$ .

D : Sterberate (Beuteverlust), gemessen in  $[1/(\text{RäuberBiomasse}/\text{Zeiteinheit})]$ . Entspricht der Reduktion des Beutebestandes der aus dem Zusammentreffen von Räuber und Beute resultiert.

DT : Integrationsschrittweite [Zeiteinheit]. (  $1/\text{DT}$  gibt an, wieviele Simulationszyklen durchlaufen werden bis eine Zeiteinheit der Systemzeit vergeht.)

#### Modell Version 0.2:

BEUTE\_POPULATION: Bestand der Räuber, gemessen in [RäuberBiomasse]

RAEUBER\_POPULATION: Bestand der Beute, gemessen in [BeuteBiomasse]  
 A : Räuber Gewinn, gemessen in  $[1/(\text{BeuteBiomasse} * \text{Zeiteinheit})]$ . Der Räuber Gewinn entspricht der Wachstumsrate der Räuberpopulation.  
 B : Sterberate der Räuber, gemessen in  $[1/\text{Zeiteinheit}]$ . Die Sterberate dezimiert die Räuberpopulation.  
 $C_1$  : Wachstumsrate der Beute Population 1, gemessen in  $[1/\text{Zeiteinheit}]$ .  
 $D_1$  : Sterberate (Beuteverlust) der Beute Population 1, gemessen in  $[1/(\text{RäuberBiomasse}/\text{Zeiteinheit})]$ . Entspricht der Reduktion des Beutebestandes der aus dem Zusammentreffen von Räuber und Beute resultiert.  
 $C_2$  : Wachstumsrate der Beute Population 2, gemessen in  $[1/\text{Zeiteinheit}]$ .  
 $D_2$  : Sterberate (Beuteverlust), der Beute Population 2 gemessen in  $[1/(\text{RäuberBiomasse}/\text{Zeiteinheit})]$ . Entspricht der Reduktion des Beutebestandes der aus dem Zusammentreffen von Räuber und Beute resultiert.  
 DT : Integrationsrittweite [Zeiteinheit]. (  $1/\text{DT}$  gibt an, wieviele Simulationszyklen durchlaufen werden bis eine Zeiteinheit der Systemzeit vergeht.)

### Modell Version 0.3:

BEUTE\_POPULATION: Bestand der Räuber, gemessen in [Räuber]  
 RAEUBER\_POPULATION: Bestand der Beute, gemessen in [Beute]  
 A : Räuber Gewinn, gemessen in  $[1/(\text{BeuteBiomasse} * \text{Zeiteinheit})]$ . Der Räuber Gewinn entspricht der Wachstumsrate der Räuberpopulation.  
 B : Sterberate der Beute, gemessen in  $[1/\text{Zeiteinheit}]$ . Die Sterberate dezimiert die Räuberpopulation.  
 C : Wachstumsrate der Beute Population, gemessen in  $[1/\text{Zeiteinheit}]$ .  
 D : Sterberate (Beuteverlust), gemessen in  $[1/(\text{Räuber}/\text{Zeiteinheit})]$ . Entspricht der Reduktion des Beutebestandes der aus dem Zusammentreffen von Räuber und Beute resultiert.  
 WEIDEFLÄCHE: beschränkt das Wachstum der Beute, gemessen in [Beute]. (Eine Weidefläche von z.B. 1000 beschränkt den Bestand der Beute auf maximal 1000 Beutetiere.)  
 DT : Integrationsrittweite [Zeiteinheit]. (  $1/\text{DT}$  gibt an, wieviele Simulationszyklen durchlaufen werden bis eine Zeiteinheit der Systemzeit vergeht.)

### (b) Systemfunktion

Ein Lotka-Volterra-System kann durch folgende gekoppelte Differentialgleichungen beschrieben werden:

Räuber Beute Modell Version 1: Ein Räuber, eine Beute, unbegrenzte Weidefläche

Zeitliche Veränderung der Räuberpopulation:

$$\frac{dx}{dt} = A * x * y - B * x$$

mit

x : Bestand der Räuber

y: Bestand der Beute

$x * y$  : Kontakthäufigkeit von Räubern und Beute

A : Geburtenrate der Räuber

B : Sterberate der Räuber

Zeitliche Veränderung der Beutepopulation:

$$dy/dt = C*y - D*x*y$$

mit

x : Bestand der Räuber

y: Bestand der Beute

$x*y$  : Kontakthäufigkeit von Räubern und Beute

C : Geburtenrate der Beute

D : Sterberate der Beute

Räuber Beute Modell Version 0.2: Ein Räuber, zwei Beuten, unbegrenzte Weidefläche

Zeitliche Veränderung der Räuberpopulation:

$$dx/dt = A_1*x*y_1 + A_2*x*y_2 - B*x$$

mit

x : Bestand der Räuber

$y_1$ : Bestand der Beute 1

$y_2$ : Bestand der Beute 2

$x*y$  : Kontakthäufigkeit von Räubern und Beute

$A_1$  : Geburtenrate der Räuber (durch schlagen von Beute 1)

$A_2$ : Geburtenrate der Räuber (durch Schlagen von Beute 2)

B : Sterberate der Räuber

Zeitliche Veränderung der ersten Beutepopulation:

$$dy_1/dt = C_1*y_1 - D_1*x*y_1$$

mit

x : Bestand der Räuber

$y_1$ : Bestand der Beute 1

$x*y$  : Kontakthäufigkeit von Räubern und Beute 1

$C_1$ : Geburtenrate der Beute 1

$D_1$  : Sterberate der Beute 1

Zeitliche Veränderung der zweiten Beutepopulation:

$$dy_2/dt = C_2*y_2 - D_2*x*y_2$$

mit

x : Bestand der Räuber

$y_2$ : Bestand der Beute 2

$x*y_2$  : Kontakthäufigkeit von Räubern und Beute 2

$C_2$  : Geburtenrate der Beute 2

$D_2$  : Sterberate der Beute 2

Räuber Beute Modell Version 0.3: Ein Räuber, eine Beute, begrenzte Weidefläche

Zeitliche Veränderung der Räuberpopulation:

$$dx/dt = A*x*y - B*x$$

mit

x : Bestand der Räuber

y: Bestand der Beute

x\*y : Kontakthäufigkeit von Räubern und Beute

A : Geburtenrate der Räuber

B : Sterberate der Räuber

Zeitliche Veränderung der Beutepopulation:

$$dy/dt = C*y *(1-y/K) - D*x*y$$

mit

x : Bestand der Räuber

y: Bestand der Beute

x\*y : Kontakthäufigkeit von Räubern und Beute

C : Geburtenrate der Beute

D : Sterberate der Beute

K : Der Beute zur Verfügung stehende Weidefläche. Das Wachstum der Beutepopulation wird durch die endliche Weidefläche beschränkt.

Eine unbegrenzte Weidefläche der Beute hätte (ohne Räuber) ein unendliches exponentielles Wachstum des Beutebestands zur Folge. Die begrenzte Weidefläche führt dazu, dass der Beutebestand nur soweit anwachsen kann, bis die Tragfähigkeit der Weidefläche erschöpft ist und keine zusätzliche Beute mehr ernähren kann, die Geburtenrate der Beute sinkt auf Null.

## 4. Bedienungsanleitung

Die auszuführenden Modelle befinden sich im Paketordner `raeuber_beute_modell.simulation`. Das Modell `raeuber_beute_modell` ist dort in 3 Versionen zu finden, die unterschiedliche Lotka-Volterra-Systeme simulieren.. Die Versionsnummern entsprechen den in der Systembeschreibung verwendeten.

Um die Parameter A, B, C, D und DT zu ändern muss das Modell vom Benutzer als eigenes Modell abgespeichert werden. In diesem können die Parameter dann durch anklicken und direkter Veränderung des Wertes im Modell verändert werden.

Hinweis: Da numerisch integriert wird muss DT hinreichend klein gewählt werden, um eine korrekte Integration zu gewährleisten. DT kann aber nicht beliebig klein gewählt werden, da sonst durch Rundungsfehler das Ergebnis verfälscht wird.

### 4.1 Beispiele:

#### 4.1.1. `raeuber_beute_modell` Version 0.1: Ein Räuber, eine Beute, unbegrenzte Weidefläche

Startwerte der Input Variablen und Parameter:

BEUTE\_POPULATION: 0.1  
RAEUBER\_POPULATION: 0.1

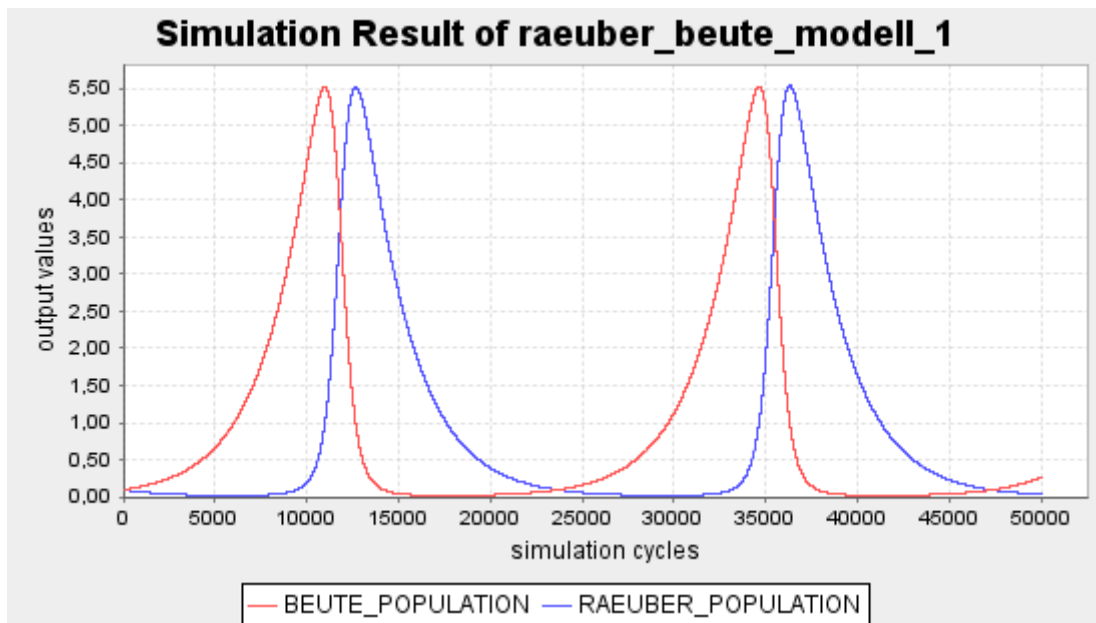
A : 1.0  
B : 1.0  
C : 1.0  
D : 1.0

DT: 0.0004

Simulationszyklen : 50000

Hinweis: Die Integrationsschrittweite,  $DT = 0.0004$ , ist nicht hinreichend klein genug um die zweite Lotka-Volterra-Regel, Gesetz der Erhaltung der Mittelwerte, zu verifizieren. Über sehr lange Simulationszeiträume entsteht ein Integrationsfehler, der immer grösser wird und dazu führt, dass die Mittelwerte der Räuber- sowie der Beutepopulation stetig wachsen. Der Wert  $DT = 0.0004$  ist ein Kompromiss um die Eigenschaften des Systems (über einen kurzen Simulationszeitraum) gut zeigen zu können und der Rechenzeit, die benötigt würde, wenn  $DT$  noch kleiner gewählt würde.

Ergebnis der Simulation:



Zu beobachten ist ein exponentielles Ansteigen der Beutepopulation. Dies erhöht die Wahrscheinlichkeit des Aufeinandertreffens von Räuber und Beute und hat zur Folge, dass nun die Räuberpopulation rasch ansteigt. Das Maximum der Räuberpopulation wird nach dem Maximum der Beutepopulation erreicht. Das System schwingt (ungedämpft) periodisch.

4.1.2. raeuber\_beute\_modell Version 0.1: Ein Räuber, zwei Beuten, unbegrenzte

## Weidefläche

Startwerte der Input Variablen und Parameter:

BEUTE\_1\_POPULATION: 1  
BEUTE\_2\_POPULATION: 1  
RAEUBER\_POPULATION: 1

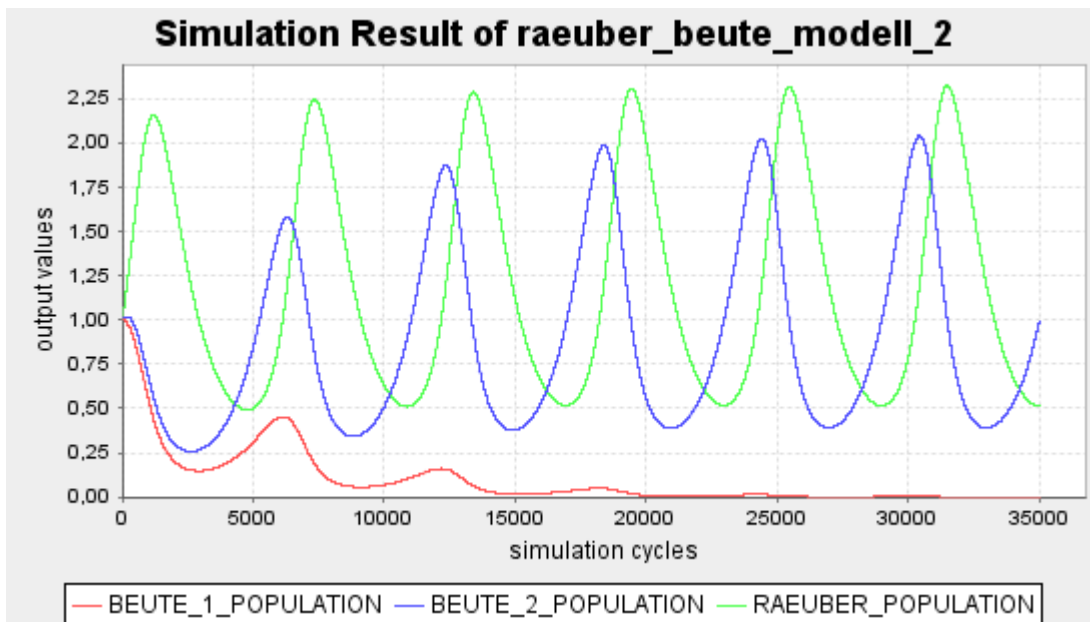
A : 0.1  
B : 0.1  
C<sub>1</sub> : 0.1  
C<sub>2</sub> : 0.12  
D<sub>1</sub> : 0.1  
D<sub>2</sub> : 0.1

DT: 0.01

Simulationszyklen : 35000

Hinweis: Die Integrationsschrittweite,  $DT = 0.01$ , ist nicht hinreichend klein genug um die zweite Lotka-Volterra-Regel, Gesetz der Erhaltung der Mittelwerte, zu verifizieren. Über sehr lange Simulationszeiträume entsteht ein Integrationsfehler, der immer grösser wird und dazu führt, dass die Mittelwerte der Räuber- sowie der Beutepopulation stetig wachsen. Der Wert  $DT = 0.001$  ist ein Kompromiss um die Eigenschaften des Systems (über einen kurzen Simulationszeitraum) gut zeigen zu können und der Rechenzeit, die benötigt würde, wenn  $DT$  noch kleiner gewählt würde.

Ergebnis der Simulation:



Zu beobachten ist, dass die höhere Geburtenrate der Beutepopulation 2 dazu führt, dass die Beutepopulation 1 ausstirbt.

#### 4.1.2. raeuber\_beute\_modell Version 0.1: Ein Räuber, zwei Beuten, unbegrenzte Weidefläche

Startwerte der Input Variablen und Parameter:

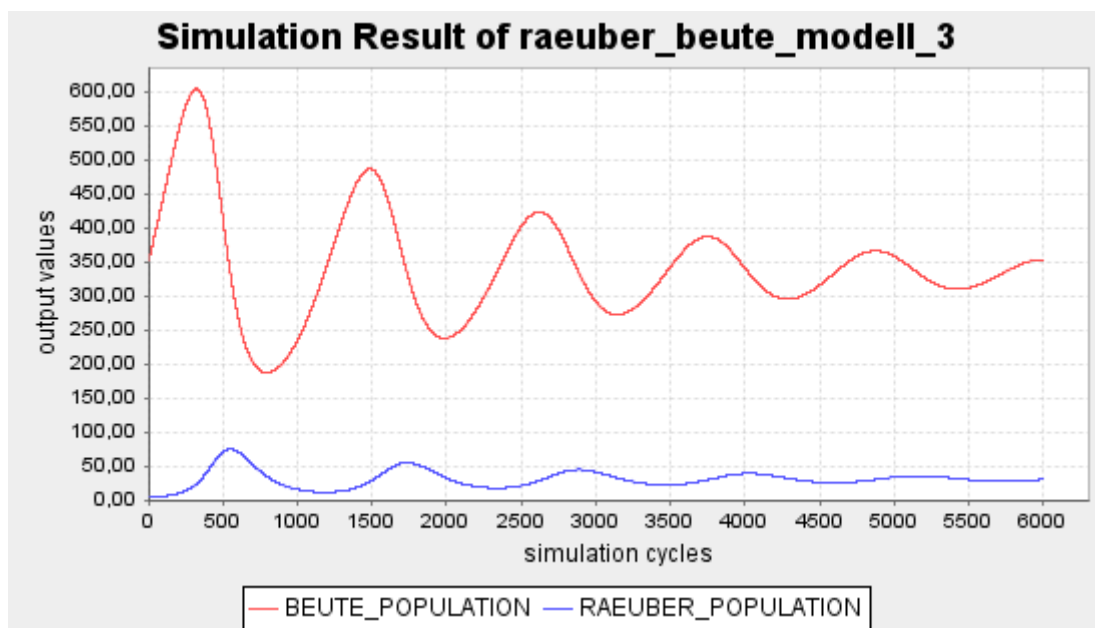
BEUTE\_POPULATION : 350  
RAEUBER\_POPULATION : 5  
WEIDEFLÄCHE : 1500

A : 0.0006  
B : 0.2  
C : 0.08  
D : 0.002

DT: 0.05

Simulationszyklen : 6000

Ergebnis der Simulation:



Zu beobachten ist eine gedämpfte Schwingung, die einen Gleichgewichtspunkt anstrebt.

## 5. Quellen:

Hartmut Bossel „Systemzoo 2“

Wikipedia: <http://de.wikipedia.org/wiki/Lotka-Volterra-Regeln>